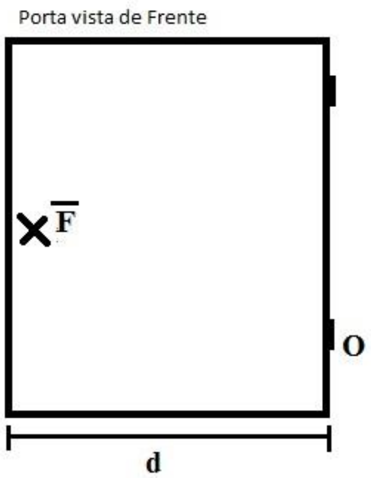
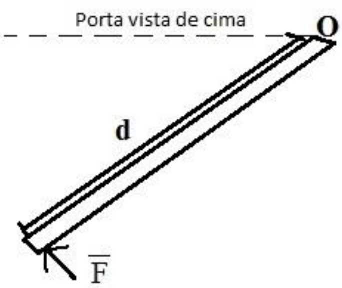
Resolução: Torque e Potência – Lista de Problemas

EXERCÍCIO 1

a.

1. Modelagem:





As duas representações nos indicam quais são as nossas variáveis e o eixo de rotação da porta.

F = 3.00 N (força aplicada a porta);

d = 120.00 cm (braço de alavanca);

$\tau =$? N.m (torque).

Conversão de unidades para o S.I. :

1 cm = 0.01 m, então 120 cm = 1.20 m

2. Estratégia de Resolução

Sabe-se que a força aplicada irá gerar um torque resultante na porta, então neste problema basta considerarmos a def. de torque:

$\tau = -d.F.\sin\theta$

Obs: O sinal negativo deve-se pelo sentido da rotação ser horária, assim, o torque é negativo.

A direção do vetor força aplicada é perpendicular a direção do vetor braço de alavanca, ou seja, θ = 90°

$\tau = -d.F.\sin 90^o$

Agora, basta substituirmos os valores.

$\tau = -1{,}20.3{,}00.1$

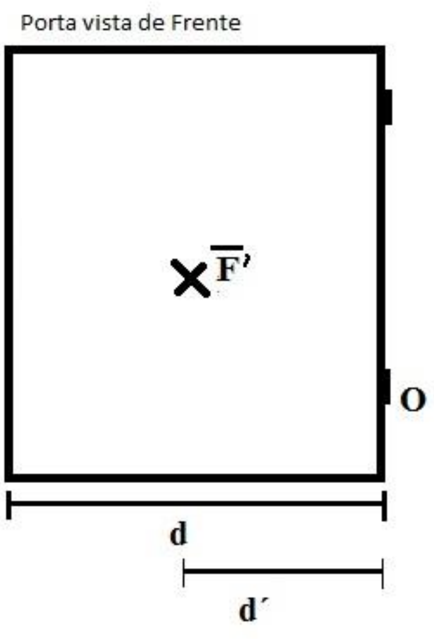
$\tau = -3{,}60\ N.m$

3. Análise

O torque nos indica que a porta rotacionou no sentido horário.

b.

1.Modelagem



F´ = ? N (força aplicada);

d´= (1/2)d = 60,00 cm (braço de alavanca);

$\tau` = \tau =$ - 3,60 N.m (torque)

Conversão de unidades para o S.I. :

1 cm = 0.01 m, então 60,00 cm = 0,60 m

2. Estratégia de Resolução

Como o torque aplicado na extremidade da porta é igual ao torque quando a força é aplicada na metade da sua largura e o sentido de rotação não se altera, então ambos os torques são negativos porque ambas as rotações ocorrem no sentido horário.

$$-\tau' = -\tau$$

$$\tau' = \tau$$

$$d'.F'.\sin\theta' = d.F.\ \sin\theta$$

Os ângulos são iguais, pois a direção das forças aplicadas é perpendicular a direção dos respectivos braços de alavanca.

$$\theta' = \theta = 90^{o}$$

$$d'.F'.\sin\theta' = d.F.\ \sin\theta'$$

Temos também a relação inicial do braço de alavanca.

$$\left(\frac{1}{2}\right)d.F'.\sin\theta' = d.F.\ \sin\theta'$$

Isolando a variável:

$$F' = 2.\frac{d}{d}.\mathrm{F.}\ \frac{\sin\theta'}{\sin\theta'}$$

$$F' = 2.F$$

$$F' = 2.3,00 = 6,00\ N$$

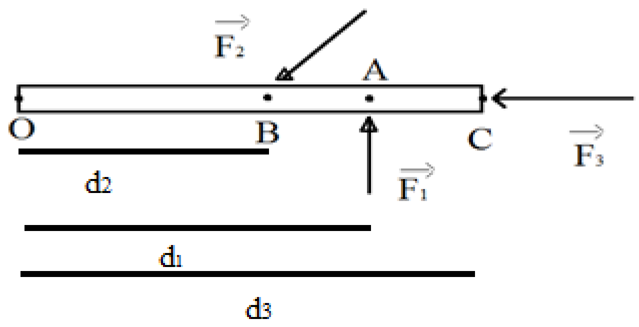
3. Análise

Temos que para realizar o mesmo torque, foi necessário uma força aplicada maior do que se força aplicada fosse na extremidade oposta as dobradiças (na maçaneta).

Obs: Como os torques são iguais, há uma relação de proporcionalidade, assim, se a distância diminuísse cinco vezes seria necessário que a força aumentasse cinco vezes.

EXERCÍCIO 2

1. Modelagem



Dados:

F_1 = 5,0 N (força aplicada-1);

F_2 = 10,0 N (força aplicada-2);

F_3 = 7,0 N (força aplicada -3);

d_1 = 1,5 m (braço de alavanca-1);

d_2 = 1,0 m (braço de alavanca-2);

d_3 = 2,0 m (braço de alavanca-3).

2. Estratégia de Resolução

Para saber qual será o sentido de rotação da barra é necessário que se calcule o torque resultante do sistema, assim:

$$\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$

Separadamente para o τ_1:

$$\tau_1 = d_1 . F_1 . \sin \theta_1$$

Como a direção da força aplicada é perpendicular a direção do braço de alavanca, então:

$$\theta_1 = 90^o \text{ , logo } \sin 90^0 = 1$$

Assim,

$$\tau_1 = d_1 . F_1 \quad \text{N.m}$$

Separadamente para o τ_2:

O sinal negativo deve-se pelo sentido da rotação ser horária, assim, o torque é negativo.

$$\tau_2 = -d_2 . F_2 . \sin \theta_2$$

Como a direção da força aplicada é diagonal a direção do braço de alavanca, então:

$$\theta_2 = 45^o \text{ , logo } \sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Assim,

$$\tau_2 = -d_2 . F_2 . \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{N.m}$$

Separadamente para o τ_3:

$$\tau_3 = d_3 . F_3 . \sin \theta_3$$

Como a direção da força aplicada esta na mesma direção do braço de alavanca, então:

$$\theta_3 = 0^0, \text{ logo } \sin 0^0 = 0$$

Assim,

$$\tau_3 = d_3 . F_3 . 0$$

$$\tau_3 = 0 \text{ N.m}$$

Para o torque resultante, τ_R, temos:

$$\tau_R = d_1 . F_1 + (-d_2 . F_2 . \frac{\sqrt{2}}{2}) + 0$$

$$\tau_R = d_1 . F_1 - d_2 . F_2 . \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tau_R = \quad 1{,}5 \,.\, 5 - 1{,}0 \,.\, 10 . \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tau_R = 7{,}5 - 7{,}07$$

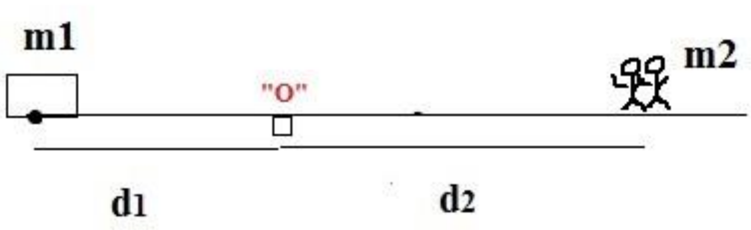
$$\tau_R = 0{,}3 \;\; \text{N.m}$$

3. Análise

Temos que a barra irá rotacionar no sentido anti-horário, devido o torque resultante ser um valor positivo.

EXERCÍCIO 3

1. Modelagem



m_1 = 720,0 kg (massa da pedra);

m_2 = 180,0 kg (massa dos competidores);

d_1 = 0,5 m (braço de alavanca-1);

d_2 = ? m (braço de alavanca-2);

g = 9,8 m/s^2

2. Estratégia de resolução

Sabe-se que para a pedra se elevar é necessário que o torque gerado pelos competidores deve ser maior do que o torque gerado pela pedra. Então para facilitar o cálculo iremos considerar o equilíbrio, pois qualquer braço de alavanca maior do que o encontrado no equilíbrio servirá para se elevar a pedra.

No equilíbrio:

$$\tau_R = 0$$

$$\tau_1 - \tau_2 = 0$$

$$\tau_1 = \tau_2$$

Aplicando a def. de torque:

$$d_1 . F_1 . \sin\theta_1 = d_2 . F_2 . \sin\theta_2$$

Forças aplicadas:

$F_1 = P_1 = m_1 . \mathrm{g}$ (N)

$F_2 = P_2 = m_2 . \mathrm{g}$ (N)

Substituindo na equação.

$$d_1 . m_1 . \mathrm{g} . \sin\theta_1 = d_2 . m_2 . \mathrm{g} . \sin\theta_2$$

Como a direção das forças aplicadas é perpendicular a direção dos respectivos braços de alavanca, então:

$$\theta_1 = \theta_2 = 90^o$$

$$d_1 . m_1 . \mathrm{g} . \sin\theta_1 = d_2 . m_2 . \mathrm{g} . \sin\theta_1$$

Isolando a variável, braço de alavanca-2. E, como é uma igualdade, iremos escrever a variável do lado esquerdo.

$$d_2 = d_1 . \frac{m_1}{m_2} . \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{g}} . \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_1}$$

$$d_2 = d_1 . \frac{m_1}{m_2}$$

.

$$d_2 = 0{,}5.\frac{720{,}0}{180}$$

$$d_2 = 2\ m$$

3. Análise

É necessário que o braço de alavanca seja maior que 2m, para que o torque resultante gere uma rotação no mesmo sentido de rotação de τ_2.

EXERCÍCIO 4

Como a força aplicada e o braço de alavanca são constantes, ou seja, não se alteram, a variável a ser olhada é o ângulo entre as direções dos vetores, para o torque ser máximo $\sin\theta = 1$, ocorre quando $\theta = 90^0$.

Assim,

$$\tau = d.F \qquad \text{N.m}$$

EXERCÍCIO 5

1. Modelagem

Dados:

P = 247,0 hp (potência do motor);

ω = 4200,0 rpm (velocidade angular do motor).

Conversão de unidades para o S.I.:

Com 1 hp = 745,7 W , então 247,0 hp = 184187,9 W

Com 1 rpm = $\frac{2\pi}{60}$ rad/s , então 4200,0 rpm = 439, 8 rad/s

2. Estratégia de Resolução

Como estratégia, utilizaremos a definição de potência relacionada ao torque.

Definimos como potência sendo quando um torque,τ, atua sobre um corpo que gira com uma velocidade angular,ω, essa potência é o produto entre o módulo do torque e o módulo da velocidade angular.

Desta maneira, temos que:

$$P = \tau \,.\, \omega$$

Isolando a variável, torque:

$$\tau = \frac{P}{\omega}$$

$$\tau = \frac{184187{,}9}{439{,}8}$$

$$\tau \cong 418{,}8 \text{ N.m}$$

3. Análise

Se compararmos com o torque existente no cotidiano, como em abrir ou fechar uma porta, em um gangorra, observamos que o motor possui um torque com um valor muito elevado.